



# LAS MATEMÁTICAS EN CUERNAVACA

José Seade\*

La comunidad científica de Cuernavaca creció rápidamente a partir de que la UNAM puso en esta hermosa ciudad sus primeros institutos. Las matemáticas llegaron a Morelos un poco más tarde que otras ciencias, como la biología y la física, pero llegaron con paso firme: el Instituto de Matemáticas de la UNAM abrió su Unidad Cuernavaca en 1996, y hoy en día es ya uno de los centros de matemáticas más fuertes y “pujantes” del país, con amplio reconocimiento internacional. Cada año tenemos en Cuernavaca a un gran número de visitantes provenientes de las mejores instituciones del mundo, así como solicitudes de estudiantes graduados en universidades europeas que quieren venir a hacer un posdoctorado con nosotros. Tenemos varios proyectos de investigación apoyados por la DGAPA de la UNAM y por el Conacyt, así como convenios de colaboración con instituciones de otros países como Francia, Italia y Estados Unidos. Podemos decir con

satisfacción que Cuernavaca ya está firmemente establecida en el mapa mundial de la matemática de vanguardia.

Contamos con una planta de 24 investigadores y cinco técnicos académicos, y tenemos también a 15 estudiantes de maestría y 14 de doctorado, que constituye una unidad foránea del posgrado en matemáticas de la UNAM. Cabe destacar que nuestro centro de investigación es muy joven también desde el punto de vista de su personal académico: 14 de los investigadores son nivel Asociado “C”. Esto significa una preocupación desde el punto de vista de la consolidación futura de nuestra Unidad Cuernavaca por las fuertes restricciones financieras que tiene la UNAM, ya que estos investigadores no tienen un puesto definitivo y los podemos perder a la larga. Pero esto mismo le da a nuestra Unidad Cuernavaca un sello muy especial, como un instituto joven, alegre y dinámico, donde los investigadores convivimos con los estudiantes y hacemos de nuestro centro de trabajo una especie de “segundo hogar”. Podríamos resumir el ambiente académico de la Unidad Cuernavaca

\* Instituto de Matemáticas de la UNAM, Unidad Cuernavaca

del Instituto de Matemáticas diciendo que es un lugar donde trabajamos muy fuerte mientras nos divertimos y gozamos del quehacer matemático.

Además de la investigación, en la Unidad Cuernavaca le damos gran importancia a la docencia y formación de recursos humanos. Como unidad foránea del posgrado en matemáticas de la UNAM tenemos estudiantes de maestría y doctorado provenientes de la Facultad de Ciencias de la UNAM, de la Universidad Autónoma del Estado de Morelos (UAEM), y de varias otras universidades del país, como de Guerrero, Sonora, Oaxaca y Yucatán. Y a la vez que apoyamos el posgrado, también colaboramos estrechamente con la licenciatura en ciencias de la UAEM, en especial con la rama terminal en matemáticas de esta licenciatura. También, miembros de nuestro personal académico participaron en la elaboración del plan de estudios genómicos, que está por comenzar en Cuernavaca, organizado por el Centro de Investigación sobre Fijación del Nitrógeno. Y algunos de nuestros investigadores colaboran con el personal de la UAEM en la organización de las Olimpiadas Estatales de Matemáticas, en las que el estado de Morelos ha tenido un excelente desempeño en los últimos años.

En la Unidad Cuernavaca se hace investigación tanto en matemática básica, por así decirlo, como en sus aplicaciones. Dentro de la matemática básica tenemos investigación de vanguardia en geometría, topología, sistemas dinámicos, análisis, físicamatemática y matemática discreta. Cada una de estas áreas es un universo en sí misma, y no me es posible pretender describirlas en esta presentación, por lo que me contentaré con dar un ligero panorama respecto a algunas de ellas, las más cercanas a mi propia investigación.

La geometría es algo que todos aprendemos en la secundaria y preparatoria. Esas ideas básicas que aprendemos en la escuela son el fundamento sobre el cual se puede profundizar mucho. Y según el punto de vista que seguimos, pasamos por distintas ramas de la geometría. Por ejemplo, supongamos que el objeto geométrico que estamos observando es una esfera en el espacio. Podemos, por ejemplo, preguntarnos cómo son las curvas en la esfera que minimizan la distancia entre los puntos, a las que les llamamos “curvas geodésicas”, o qué tanto se “curva” la esfera cuando variamos su

radio. En este caso estamos en el terreno de la geometría diferencial. O nos podemos fijar en la ecuación que nos define a la esfera  $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$  y ver, por ejemplo, cómo se deforma este objeto geométrico cuando le ponemos coeficientes a las variables  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , y cuál información sobre nuestro objeto geométrico podemos obtener directamente de la ecuación que lo define. En este caso estamos en el terreno de la geometría analítica (o algebraica). O podemos fijarnos en que la esfera se puede pensar como el plano de los números complejos al que le agregamos un punto, el “punto al infinito”, de manera “compatible” con la estructura compleja. En este caso le estamos dando a la esfera la estructura de una “superficie de Riemann” y estamos en el terreno de la geometría compleja. Éstas son las ramas de la geometría que se cultivan en Cuernavaca.

También podemos preguntarnos qué tipo de propiedades de la esfera se conservan cuando la deformamos “con suavidad”. Supongamos, por ejemplo, que nuestra esfera es de un material perfectamente elástico que podemos estirar, doblar, etcétera, pero no la queremos “romper”. Es intuitivamente claro que podemos entonces deformar la esfera para convertirla, por ejemplo, en un elipsoide o en un cubo, y nos podemos preguntar, por ejemplo, si la podemos deformar continuamente hasta convertirla en una dona. Intuitivamente es claro que esto no es posible, pues una dona tiene un hoyo en medio que no tiene la esfera; pero ¿cómo podemos justificar rigurosamente esta afirmación?

O podemos preguntarnos, también como ejemplo, si una cierta cuerda que está anudada en el espacio la podemos desanudar conservando fijos sus extremos. Responder a este tipo de preguntas puede ser tremendamente difícil; éstas pertenecen al terreno de la topología y para estudiarlas tenemos que entrar en el terreno de la topología algebraica, donde se usan técnicas muy sofisticadas del álgebra. La topología algebraica es otra de las áreas de investigación que se cultivan en Cuernavaca y tiene aplicaciones muy importantes para otras áreas de las matemáticas y para otras ciencias, en especial para la física.

Ahora hablaré un poco de los sistemas dinámicos, que son un punto de confluencia de varias áreas de las matemáticas y de varias otras ciencias. Podemos decir que éstos estudian fenómenos (o situaciones) que va-

rían en el tiempo de acuerdo con reglas establecidas, y se quiere predecir la evolución del sistema a partir del conocimiento de la situación en un momento dado y las reglas de evolución. Es decir, se estudia el cambio de las cosas con el paso del tiempo, a partir del conocimiento de las condiciones en un momento dado, y las reglas bajo las cuales se dan estos cambios. Abundan los ejemplos de sistemas dinámicos en la naturaleza: el fluir del agua en un río, las olas que se forman en una alberca cuando arrojamamos una piedra, el movimiento de los astros en la bóveda celeste, el movimiento de un satélite en órbita, el cambio de temperatura de un recipiente expuesto al calor (o al frío), el crecimiento de población, el crecimiento de capital, los fenómenos de epidemiología. Todos estos ejemplos se pueden “matematizar”, por así decirlo, y estudiar a través de modelos matemáticos que los representan. Hablar de un movimiento que varía continuamente al correr el tiempo es básicamente hablar de ecuaciones diferenciales. Y si el parámetro es discreto, como por ejemplo si hacemos observaciones periódicas del crecimiento de una cierta población, entonces estamos hablando, básicamente, de iteración de funciones de un espacio en sí mismo. Esto sugiere que abundan los ejemplos de sistemas dinámicos que surgen dentro de las matemáticas mismas, y eso convierte a los sistemas dinámicos en una de las más fascinantes áreas de la matemática contemporánea, en la que se conjugan técnicas e ideas de prácticamente toda la matemática: topología, geometría, análisis, ecuaciones diferenciales, teoría de números, probabilidad, estadística, y tiene fuertes aplicaciones en física, economía, meteorología, finanzas, biología, epidemiología, ciencias genómicas. Ésta es, por tanto, una de las áreas de las matemáticas más cercanas a las aplicaciones. En la Unidad Cuernavaca del Instituto de Matemáticas tenemos a un grupo de investigación en sistemas dinámicos, cuyo interés es básicamente “matemático” o “teórico”, no tanto de buscar aplicaciones. Éste es uno de los grupos de investigación más fuertes en México, cualitativamente hablando, y goza de amplio reconocimiento internacional. También, en nuestro

Laboratorio de Materiales se hace investigación en aplicaciones, en los llamados “sistemas complejos”.

En nuestra Unidad Cuernavaca nos interesa mucho apoyar la matemática aplicada, que es fundamental para el desarrollo futuro de nuestro país. En realidad es difícil separar la matemática aplicada y la matemática básica, pues ambas van de la mano: las aplicaciones son fuente natural de preguntas que propician un desarrollo teórico, el cual más tarde se revierte en aplicaciones. Pero como usualmente nos gusta “clasificar” todo lo que hacemos, podemos decir que en matemática aplicada, en la Unidad Cuernavaca se hace investigación en redes neuronales, astronomía, optimización, sistemas complejos y simulación matemática. Contamos con un Laboratorio de Materiales y una supercomputadora adquirida a través de un proyecto conjunto de la UNAM y la Fundación Médica Sur. Tenemos también un buen grupo de técnicos en computación que apoyan la investigación científica que realizamos.

Toda esta actividad matemática de excelente nivel, con investigadores jóvenes y muchos estudiantes de posgrado –realizada en un entorno realmente paradisiaco, donde el salón de seminarios es una magnífica palapa (que es nuestro orgullo), rodeada de un jardín lleno de flores y árboles frutales–, hacen de nuestro centro de trabajo un lugar realmente excepcional, que ya está en el corazón de muchos de los mejores matemáticos del momento, de distintas partes del mundo, quienes nos visitan con frecuencia y envían a sus estudiantes de posgrado. Esto nos permite soñar con un instituto de matemáticas al nivel de los mejores. Todavía necesitamos crecer, tanto numéricamente como en la calidad de nuestra investigación. Nuestros grupos de investigación son todavía pequeños y, por tanto, frágiles: dependen de unas pocas personas. Esperamos que el Estado mexicano comprenda la necesidad de seguir apoyando la ciencia mexicana, requisito indispensable para el desarrollo del país. Pero con alegría vemos cómo poco a poco nuestro sueño se va haciendo realidad. ☺